

Lekcja 6

Temat: Związki między funkcjami trygonometrycznymi

Między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta α zachodzą związki:

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1$$

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$

dla $\sin \alpha \neq 0$ i $\cos \alpha \neq 0$

Przykład

Oblicz $\tan \alpha$ i $\cot \alpha$ wiedząc, że $\sin \alpha = \frac{1}{2}$ oraz α jest kątem ostrym.

Korzystamy z [jedynki trygonometrycznej](#), aby obliczyć $\cos \alpha$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\frac{1}{4} + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\cos^2 \alpha = 1 - \frac{1}{4}$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{3}{4}$$

$$\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \text{lub} \quad \cos \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

ponieważ α jest kątem ostrym

$$\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

korzystając ze związku między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta liczymy

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} = \frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{3}} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}}{3} = \sqrt{3}$$

Zadania do samodzielnego wykonania:

1. Kąt α jest ostry i $\sin \alpha = 3/5$. Oblicz wartości pozostałych funkcji
2. Kąt α jest ostry i $\sin \alpha = 1/2$. Oblicz wartości pozostałych funkcji
3. Kąt α jest ostry i $\cos \alpha = 1/5$. Oblicz wartości pozostałych funkcji